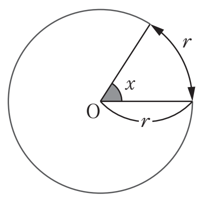
PART2 弧度法

要点 ① 弧度法

角の大きさを表すのに，これまでは直角の $\dfrac{1}{90}$ である「1 度」(1°) を単位とする「度数法」を用いてきた。ここでは，角の大きさを表す別の方法について学んでいく。

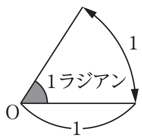
半径 r の円において，この円の「　　　　　　　　　　　」に対する中心角の大きさを x とすると



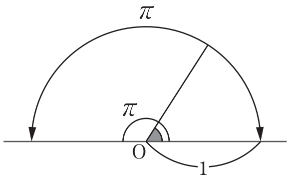
$$\text{より}\ x^\circ = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \fallingdotseq 57.3^\circ$$

であり，この結果は半径 r の大きさによらず一定である。

この x の大きさを「1　　　　　」(1 弧度) といい，これを単位とする角の大きさの表し方を「　　　　」という。



半径 1 の円においては，長さ 1 の弧に対する中心角の大きさが，1 ラジアンである。この円において，半円の弧の長さは $2\pi\times1\times\dfrac{1}{2}=$　　 であるから，この弧に対する中心角は π ラジアンである。よって



　　　＝　　ラジアン

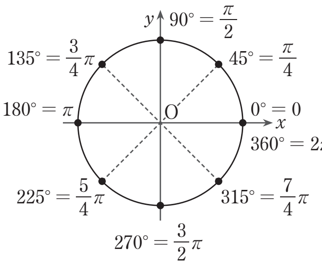
である。よって，以下の関係が成り立つ。

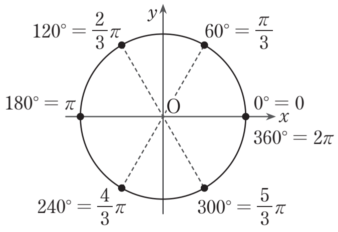
$$180^\circ=\pi\ \text{ラジアン},\ 1^\circ=\frac{\pi}{180}\ \text{ラジアン},\ 1\text{ラジアン}=\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$$

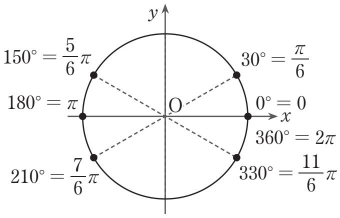
弧度法では，普通，単位のラジアンを省略する。

例　45° を弧度法で表すと　　　$45=\dfrac{1}{4}\pi=\dfrac{\pi}{4}$

　　$\dfrac{5}{12}\pi$ を度数法で表すと　$\dfrac{5}{12}$　　　　$=75^\circ$







弧度法において，動径 OP と始線 OX のなす角の 1 つを α とすると，動径 OP の表す角は

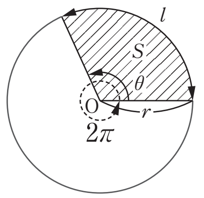
$$\theta=\alpha \qquad\qquad =\alpha+2n\pi \quad (n\text{ は整数})$$

で表される。

要点 ② 扇形の弧の長さと面積

半径 r の円の円周の長さは $2\pi r$，面積は πr^2 である。

その一部である半径 r，中心角 θ の扇形について，弧の長さ l，面積 S はその中心角に比例するから

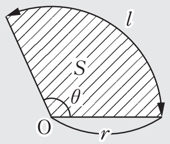


$$l=2\pi r\times\frac{\theta}{\quad}=r\theta,\quad S=\pi r^2\times\frac{\theta}{\quad}=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}lr$$

扇形の弧の長さと面積

半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると

$$l=r\theta,\qquad S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}lr$$



2　(1)　次の角を弧度法で表せ。

(i)　30°　　(ii)　495°　　(iii)　-120°

(2)　次の角を度数法で表せ。

(i)　$\dfrac{5}{4}\pi$　　(ii)　$-\dfrac{\pi}{3}$　　(iii)　$\dfrac{13}{6}\pi$

(3)　半径 6，中心角 $\dfrac{3}{5}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

Point Pickup

弧度法と度数法

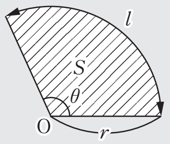
度数法 → 弧度法　$1^\circ=\dfrac{\pi}{180}$，$x^\circ=\dfrac{\pi}{180}\times x$

弧度法 → 度数法　$\pi=180^\circ$

扇形の弧の長さと面積

半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると

$$l=r\theta,\qquad S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}lr$$



第 8 講　PART2 確認問題

1　40° を弧度法で表すと，$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}\pi$ である。

2　375° を弧度法で表すと，$\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}\pi$ である。

3　-140° を弧度法で表すと，$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}\pi$ である。

4　$\dfrac{7}{4}\pi$ を度数法で表すと，$\boxed{コサシ}^\circ$ である。

5　$-\dfrac{\pi}{6}$ を度数法で表すと，$\boxed{スセソ}^\circ$ である。

6　$\dfrac{8}{3}\pi$ を度数法で表すと，$\boxed{タチツ}^\circ$ である。

7　半径 5，中心角 $\dfrac{2}{3}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

$$l=\frac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}\pi$$

$$S=\frac{\boxed{ニヌ}}{\boxed{ネ}}\pi$$

PART2 弧度法

2 (1) 次の角を弧度法で表せ。

(i) $30°$　(ii) $495°$　(iii) $-120°$

(2) 次の角を度数法で表せ。

(i) $\frac{5}{4}\pi$　(ii) $-\frac{\pi}{3}$　(iii) $\frac{13}{6}\pi$

(3) 半径 6，中心角 $\frac{3}{5}\pi$ の扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

[解答]

(1) (i) $\frac{\pi}{180}\times 30=\frac{\pi}{6}$　(ii) $\frac{\pi}{180}\times 495=\frac{11}{4}\pi$　(iii) $\frac{\pi}{180}\times(-120)=-\frac{2}{3}\pi$

(2) (i) $\frac{5}{4}\times 180°=225°$　(ii) $-\frac{1}{3}\times 180°=-60°$　(iii) $\frac{13}{6}\times 180°=390°$

(3) $l=6\times\frac{3}{5}\pi=\frac{18}{5}\pi$，$S=\frac{1}{2}\times 6^2\times\frac{3}{5}\pi=\frac{54}{5}\pi$

第 8 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：2，イ：9

[解説]

$$\frac{\pi}{180}\times 40=\frac{2}{9}\pi$$ [A]

> [A]　度数法　→　弧度法
> $1^\circ=\frac{\pi}{180}$，$x^\circ=\frac{\pi}{180}\times x$

2

[正解] ウエ：25，オカ：12

[解説]

$$\frac{\pi}{180}\times 375=\frac{25}{12}\pi$$ [B]

> [B]　度数法　→　弧度法
> $1^\circ=\frac{\pi}{180}$，$x^\circ=\frac{\pi}{180}\times x$

3

[正解] キク：-7，ケ：9

[解説]

$$\frac{\pi}{180}\times(-140)=-\frac{7}{9}\pi$$ [C]

> [C]　度数法　→　弧度法
> $1^\circ=\frac{\pi}{180}$，$x^\circ=\frac{\pi}{180}\times x$

4

[正解] コサシ：315

[解説]

$$\frac{7}{4}\times 180^\circ=315^\circ$$ [D]

> [D]　弧度法　→　度数法
> $\pi=180^\circ$

5

[正解] スセソ：-30

[解説]

$$-\frac{1}{6}\times 180^\circ=-30^\circ$$ [E]

> [E]　弧度法　→　度数法
> $\pi=180^\circ$

6

[正解] タチツ：480

[解説]

$$\frac{8}{3}\times 180^\circ=480^\circ$$ [F]

> [F]　弧度法　→　度数法
> $\pi=180^\circ$

7 ［正解］テト：10，ナ：3，ニヌ：25，ネ：3

［解説］

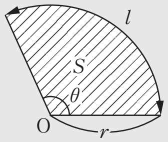
弧の長さは

$$l=5\times\frac{2}{3}\pi=\mathbf{\frac{10}{3}\pi}$$ ［G］

面積は

$$S=\frac{1}{2}\times5^2\times\frac{2}{3}\pi=\mathbf{\frac{25}{3}\pi}$$ ［G］

［G］　半径 r，中心角 θ の扇形の弧の長さを l，面積を S とすると

$$l=r\theta$$

$$S=\frac{1}{2}r^2\theta=\frac{1}{2}lr$$